Exercice1

- Soit une urne avec 6boule rouges et 4 boules bleues.
- Expériences :
- a)-tirer 3 boules successive avec remise
- b) tirer 3 boules successive sans remise
- c) tirer 3 boules simultanément sans remise
- Calculer le nombre de résultats possible contenant au moins une boule rouges

Exercice(2)

- l’expérience :
- « tirage de deux boules simultanément parmi 4 boules rouges et 6 bleus »
- calculer la probabilité de l’événement A :« obtenir 2 boules rouges »

Exercice(3)

- lancer d’un dé équilibré:
- Soit A =« les résultats pair », B =« les résultats supérieur ou égal à trois »
- ces événement sont ils indépendants? et calculer leur probabilités
- Soit C =« les résultats strictement supérieur à trois »
- **A et C sont ils indépendants?**

Exercice(4)

- soit l'expérience suivante :« tirer 2 boules successivement et sans remises parmi 4 boules rouges et 6 bleues »

Soit les événements:

- Ri :« obtenir une boule rouge au i ième tirage »
- Bi :« obtenir une boule bleue au i ième tirage »

Calculer les probabilités pour deux tirages.

Solution exercice(1)

- Soit une urne avec 6boule rouges et 4 boules bleues.
- Expériences :
- a)-tirer 3 boules successive avec remise=> Card(E)=10^3 , trois positions chacune a 10 possibilités comme résultat du tirage.
- 2-nombre de tirages avec 1 boule rouge=R_0=6*4*4+4*6*4+4*4*6=3*6*4^2

  ≠6*10*10 =tirage ayant au minimum la première boule rouge
- 3- nombre de tirages avec 2 boules rouges=R_1=6*4*6+6*6*4+4*6*6=3*6^2*4
- 4- nombre de tirages avec 3 boule rouges =R_3=6^3
- 5- nombre de tirages avec au moins une boule rouges, Card(A)= Card(R_0)+ Card(R_1)+ Card(R_3) <1000=card(E) ,car c'est un sous-ensemble de E.

Solution exercice(1)

- b) tirer 3 boules successive sans remise=>card(E)=10*9*8=A^3_{10} =
- tenir compte de l'absence des boules tirer après le précédent tirage.
- 2-nombre de tirages avec 1 boule rouge=R_0=6*4*3+4*6*3+4*3*6=3(6*4*3)=$A^1_{3*}(A^1_{6*}A^1_{4*}A^1_{3})$
- 3- nombre de tirages avec 2 boules rouges=R_1=6*4*5+6*5*4+4*6*5=3(6*5*4)
- 4- nombre de tirages avec 3 boule rouges =R_3=A^3_6=6*5*4
- 5- nombre de tirages avec au moins une boule rouges, Card(A)= Card(R_0)+ Card(R_1)+ Card(R_3)
-

Solution exercice(1)

- c) tirer 3 boules simultanément sans remise=>

card(E)=C^3_{10}

- 2-nombre de tirages avec 1 boule rouge=R_0=$C^1_6 * C^2_4$
- 3- nombre de tirages avec 2 boules rouges=R_1= $C^2_6 * C^1_4$
- 4- nombre de tirages avec 3 boule rouges =R_3= C^3_6
- 5- nombre de tirages avec au moins une boule rouges, Card(A)= Card(R_0)+ Card(R_1)+ Card(R_3)
- cette fois on n'utilise pas un 3uplet, un seul ensemble de 10 éléments de base qui fournira des sous ensemble de 3 éléments

Solution exercice(2)

on a 10 boules(considérer les boules discernables)

$F = \{R1, . . .R4,B1, . . .B6\}$,et

$\Omega = \{E \subset F | Card(E) = 2\}=\{\{R1,B1\},\ldots,\{R1,R2\}\ldots\{R2,B1\}\ldots\} \Rightarrow Card(\Omega)= C^2_{10} = 45$

$P(\{E\}) = 1/45/\forall E \in \Omega$=>

$A = \{B \subset \{R1, . . . ,R4\} | Card(B) = 2\} \Rightarrow card(A)= C^2_4$

$P(A) = C^2_4 /45=2/15$

Solution exercice(3)

- Soit A =« les résultats pair »,
- B =« les résultats supérieur ou égal à trois »
- ces événement sont ils indépendants?=>
- Identifier $A \cap B$=> $A = \{2, 4,6\}$ et $B = \{3, 4, 5, 6\} \Longrightarrow A \cap B = \{4,6\}$
- et calculer les probabilités
- $P(A) = ½,P(B) = 2/3,P(A \cap B) = 1/ 3$=>
- $P(A \cap B)= P(A)\ P(B)$=>donc **A et B sont indépendants**
- la réalisation de A ne donne aucune information sur la réalisation de B.
- Soit C =« les résultats strictement supérieur à trois »
- $C = \{4, 5, 6\} \Rightarrow A \cap C = \{4, 6\}$
- $P(A) = ½,P(C) = ½,P(A \cap C) = 1/3$=> $P(A \cap C)\neq P(A) \times P(C)$
- Donc **A et C sont dépendants**: il ya plus de résultats pairs que impairs dans C. Donc savoir que A s'est réalisé indique plus de chance que C se réalise.

Solution exercice(4)

Soit les événements:

- R_i :« obtenir une boule rouge au i ième tirage »
- B_i :« obtenir une boule bleue au i ième tirage »
- En supposant l'équiprobabilité à chaque tirage:

au départ il y a 6 bleues et 4 rouges:

$P(R1) = 4/10$, $P(B1) = 6/10$

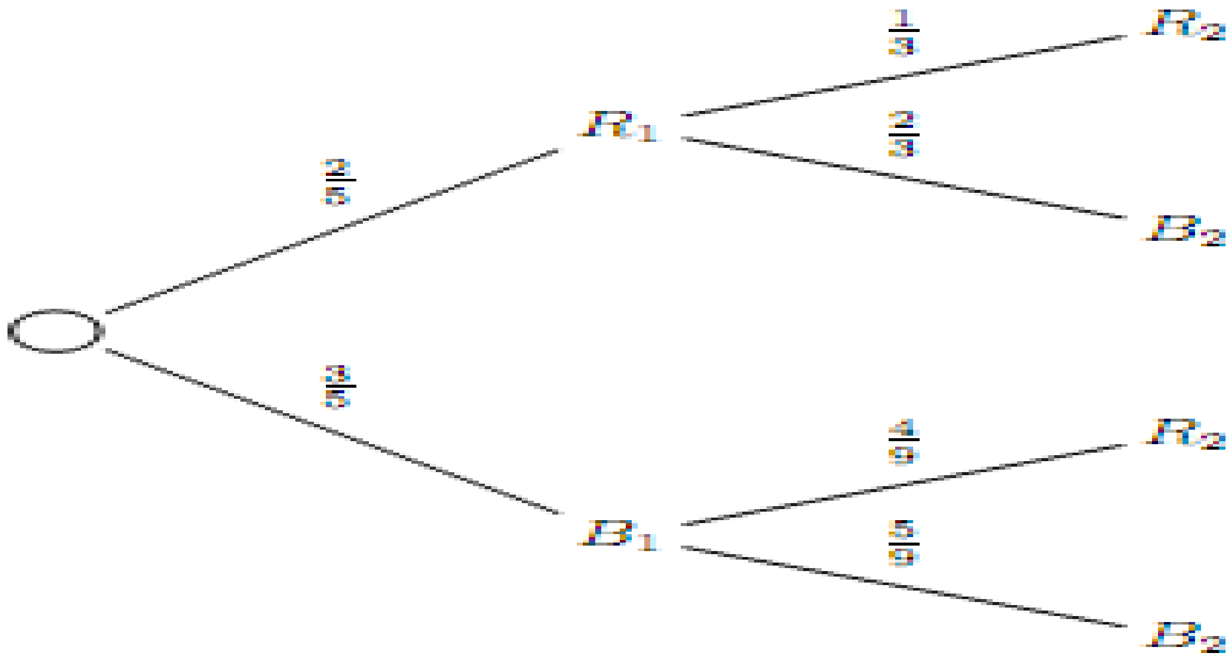
après R1, il reste 6 bleues et 3 rouges:

$P(R2|R1) = 3/9$, $P(B2|R1) = 6/9$

après B1 il reste 5 bleues et 4 rouges:

$P(R2|B1) = 4/9$, $P(B2|B1) = 5/9$

Arbre de probabilités pour 2 tirages successives sans remises



La formule des probabilités enchainées correspondent au produit des probabilités le long d'une branche de l'arbre: $P(R1 \cap R2) = P(R2 | R1)P(R1) = 1/3 \times 2/5 = 2/15$

- probabilité totale(marginale):

$$P(R2) = P(R1 \cap R2) + P(B1 \cap R2) = P(R2|R1)P(R1) + P(R2|B1)P(B1)$$
$$= 2/15 + 4/9 \times 3/5 = 2/5$$

- la formule des probabilités a posteriori revient à exprimer la probabilité des cause s(1er niveau de l'arbre) en fonction des effets (2iéme niveau)

$P(R1|R2) = P(R2|R1)P(R1)/P(R2) = (1/3 \times 2/5)/(2/5) = 1/3$